<u>Oefenopgaven Combinatoriek</u>

1. In een vaas zitten 20 knikkers: 10 blauwe, 5 rode, 5 gele.

a) Op hoeveel manieren kunnen er 3 gele knikkers uit de vaas getrokken worden (wanneer er in totaal ook 3 knikkers worden getrokken)?
b) Op hoeveel manieren kunnen er 3 gele en 2 rode knikkers gepakt worden?
c) Iemand pakt van elke kleur 1 knikker. Op hoeveel manieren kunnen deze knikkers gerangschikt worden?

De knikkers worden nu ook nog genummerd: 1 t/m 20.

d) Iemand pakt 4 gele knikkers uit de vaas. Op hoeveel manieren kunnen deze gerangschikt worden?
e) Iemand pakt 4 rode en 3 blauwe knikkers uit de vaas, en legt deze naast elkaar neer. Hoeveel verschillende rangschikkingen zijn er?

2. 10 kandidaten in een quiz (A, B, C, D, E, F, G, H, I, J). Drie van deze mensen mogen aan de finale meedoen, bijvoorbeeld D, J en B. Hoeveel mogelijkheden zijn er voor de finalisten?

3. Er staan 7 boeken in de kast: K, L, M, N, O, P en Q. In de kerstvakantie lees ik één van deze boeken, daarna nog één en daarna nog één (nooit twee keer dezelfde natuurlijk). Bijvoorbeeld: eerst P, dan K, dan M. Hoeveel van zulke mogelijkheden zijn er?

4. In een kamer hangen 5 Tl-buizen. Twee hiervan branden. Hoeveel mogelijkheden zijn er van brandende TL buizen?

5. Op hoeveel manieren kan je 7 verschillende boeken stapelen, zodat een bepaald boek B op de derde plaats ligt.

6. Op hoeveel manieren kan je 3 knikkers nemen uit een doos met 7 verschillende knikkers?

7. In een firma zijn er 9 arbeiders en 5 bedienden. Op hoeveel manieren kan men een vergadering samenstellen met 4 arbeiders en 2 bedienden.

8. Op hoeveel manieren kan je een groep van 6 personen splitsen in twee groepen van 3 personen?

9. Bij een wedstrijd van 6 deelnemers eindigt iedereen precies gelijk. Er zijn slechts prijzen voor de eerste drie deelnemers en die worden verdeeld door loting. Hoeveel verschillende prijsverdelingen zijn er?

Antwoorden Oefenopgaven Combinatoriek

1. In een vaas zitten 20 knikkers: 10 blauwe, 5 rode, 5 gele.

a) Volgorde niet van belang (geen onderscheid tussen gele knikkers) → aantal combinaties van 3 uit 3 → $C_3^3 = \frac{3!}{0!\cdot 3!} = \frac{3\cdot 2\cdot 1}{3\cdot 2\cdot 1} = 1$
Dus op 1 manier

b) Je hebt vijf plekken, waar je eerst 3 gele knikkers op plaatst.Volgorde niet van belang (geen onderscheid tussen gele knikkers) → aantal combinaties van 5 uit 3 → $C_3^5 = \frac{5!}{2!\cdot 3!} = \frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{2\cdot 1\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = \frac{5\cdot 4}{2\cdot 1} = 10$. De 2 rode knikkers kunnen daarna nog op $C_2^2 = 1$ manier geplaatst worden, totaal dus 10x1 = 10 manieren.
Je kunt het ook zien als het aantal combinaties van 5 uit 2, daar komt hetzelfde uit (Dan kijk je eerst naar de 2 rode knikkers die je op 5 plaatsen zet)

c) Wel onderscheid → Volgorde van belang → Permutaties: $P_3^3 = 3! = 3\cdot 2\cdot 1 = 6$
Dus op 6 manieren.

d) Wel onderscheid (nummering) → volgorde van belang → permutaties: $P_4^4 = 4! = 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 24$

e) Wel onderscheid (nummering) → volgorde van belang → variaties (plekken open)

Voor de rode knikkers: $V_4^7 = \frac{7!}{3!} = \frac{7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{3\cdot 2\cdot 1} = 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4 = 840$

Dan de blauwe:
Nog 3 plekken open, waar je 3 verschillende (genummerd!) knikkers oplegt. →permutaties:

$P_3^3 = 3! = 3\cdot 2\cdot 1 = 6$

Totaal dus 6*840=5040 volgordes

2. Volgorde niet van belang (wel onderscheid tussen kandidaten, maar de volgorde waarin ze meedoen maakt niet uit; het gaat alleen om WELKE 3, niet in welke volgorde) → aantal combinaties van 10 uit 3 → $C_3^{10} = \frac{10!}{7!\cdot 3!} = \frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = \frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 1} = \frac{720}{6} = 120$

3. Volgorde wel van belang (het maakt uit welk boek eerst wordt gelezen) → variaties (plekken open): $V_3^7 = \frac{7!}{4!} = \frac{7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 7\cdot 6\cdot 5 = 210$

4. Volgorde niet van belang (geen onderscheid tussen brandende lampen) → aantal combinaties van 5 uit 2 → $C_2^5 = \frac{5!}{3!\cdot 2!} = \frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{3\cdot 2\cdot 1\cdot 2\cdot 1} = \frac{20}{2} = 10$

5. Als boek B op de derde plaats ligt, heb je nog 6 plekken over, waar je 6 boeken over verdeelt. Volgorde van belang, geen open plekken → permutaties: $P_6^6 = 6! = 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 720$

6. De volgorde is niet van belang (je maakt wel onderscheid, maar je rangschikt de knikkers niet dus volgorde is niet belangrijk) → combinaties: $C_3^7 = \frac{7!}{4!\cdot 3!} = \frac{7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = \frac{7\cdot 6\cdot 5}{3\cdot 2\cdot 1} = \frac{210}{6} = 35$

7. Eerst de 4 arbeiders: volgorde niet van belang → combinaties: 9 arbeiders waar je 4 uit kiest → $C_4^9 = \frac{9!}{5!\cdot 4!} = \frac{9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = \frac{9\cdot 8\cdot 7\cdot 6}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = \frac{3024}{24} = 126$
Dan moet je uit de 5 bedienden nog 2 kiezen: volgorde niet van belang → combinaties: $C_2^5 = \frac{5!}{3!\cdot 2!} = \frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{3\cdot 2\cdot 1\cdot 2\cdot 1} = \frac{5\cdot 4}{2\cdot 1} = 10$
Totaal dus 126*10=1260 manieren

8. Je kiest eerst 3 mensen uit de groep. Volgorde niet van belang dus combinaties: $C_3^6 = \frac{6!}{3!\cdot 3!} = \frac{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{3\cdot 2\cdot 1\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = \frac{6\cdot 5\cdot 4}{3\cdot 2\cdot 1} = \frac{120}{6} = 20$. De laatste 3 mensen die over zijn kun je op $C_3^3 = 1$ manieren kiezen, totaal dus 20 manieren.

9. Volgorde wel van belang (het maakt uit wie de eerste tweede of derde prijs ontvangt) en open plaatsen → variaties: je kiest 3 mensen uit 6 → $V_3^6 = \frac{6!}{3!} = \frac{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{3\cdot 2\cdot 1} = 6\cdot 5\cdot 4 = 120$ prijsverdelingen